Appunti di Matematica
Errata corrige

Ernesto Salinelli

31 maggio 2022

Pagina 18

Riga 9 Scelti $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, se $x_1 = x_2$ la conclusione segue dal punto precedente; se $x_1 \neq x_2$, ad esempio $x_1 < x_2$, e $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}_+$ sono tali che $I_{\delta_1}(x_1) \cap I_{\delta_2}(x_2) \neq \emptyset$, allora $x_2 - \delta_2 < x_1 + \delta_1$.
Posto $x_0 = (x_1 + \delta_1 + x_2 - \delta_2)/2$ e $\delta = (x_1 - x_2 + \delta_1 + \delta_2)/2$ vale l'uguaglianza (si consiglia di rappresentare graficamente quanto fatto):

$$I_\delta(x_0) = I_{\delta_1}(x_1) \cap I_{\delta_2}(x_2).$$

Pagina 22

Riga 8 $\delta = (2 - x)/2$

Riga 14 $I_\delta(x) \subset X^C$

Riga 16 $I_\delta(x) \subset X^C$

Pagina 25

Riga 12 Tutti gli elementi di X sono suoi punti isolati. Infatti, scelto il generico elemento $1/n$, con $n \geq 1$, abbiamo:

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)} > \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$$

Pagina 32

Riga 14 $f(-2) = (-2)^2 = 4; \qquad f(-1) = (-1)^2 = 1; \qquad f(2) = 2^3 = 8.$

Pagina 35

Riga 6 $f^{-1}(Y) = X.$

Pagina 36

Riga 25 Analogamente alle funzioni lineari, le funzioni lineari affini...

Pagina 48

Riga 15 La funzione il cui grafico è riportato in Figura 2.10...

Pagina 49

Riga 7 ... un intervallo di punti di massimo assoluto.

Pagina 56

Ultima riga (b) $g(x) = |x + 1|$.

Pagina 57

Riga 19 $m \in \mathbb{R}$.

Pagina 58

Riga 7 dal basso variabile

Pagina 60

Riga 3 Sono invece strettamente convesse le funzioni potenza con esponente maggiore di 1 definite su $\mathbb{R}_+$, le le funzioni esponenziali e le funzioni logaritmiche con base tra 0 e 1; sono strettamente concave le funzioni potenza su $\mathbb{R}_+$ con esponente fra 0 e 1 e le funzioni logaritmiche con base maggiore di 1.

Riga 10 corrispondenti

Riga 15 funzione lineare affine.

Pagina 78

Terza riga dal basso Un esempio è fornito da $f(x) = -1 + 2/(e^x + 1)$, il cui grafico è disegnato in Figura 2.32: la funzione è invertibile perché strettamente decrescente e l'insieme immagine della sua inversa $f^{-1}(y) = \log((1-y)/(y+1))$ è $\mathbb{R}$.

Pagina 79

Riga 2 **Figura 2.32** Grafico di $f(x) = \dfrac{2}{e^x + 1} - 1$.

Quarta riga dal basso concludiamo che $f - g$ non è crescente...

Pagina 81

Riga 18 Se f e g sono entrambe dispari, allora, per ogni $x \in X$,

Riga 25 *tali che* $\mathrm{im}(f) \subseteq Y$,

Ultima riga ...allora $g \circ f$ è dispari.

Pagina 87

Riga 6 Se $h \leq 0$, la disuguaglianza è verificata $\forall x \in \mathbb{R}_0$...

Pagina 88

Riga 14 In conclusione:

- per ogni $\varepsilon > 4$:
$$\left|x^2 - 4\right| < \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad x \in \left(-\sqrt{4+\varepsilon}, \sqrt{4+\varepsilon}\right)$$
- per ogni $0 < \varepsilon \leq 4$:
$$\left|x^2 - 4\right| < \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad x \in \left(-\sqrt{4+\varepsilon}, -\sqrt{4-\varepsilon}\right) \cup \left(\sqrt{4-\varepsilon}, \sqrt{4+\varepsilon}\right).$$

Per ogni $\varepsilon > 0$, scegliendo $\delta_\varepsilon = \sqrt{4+\varepsilon} - 2 > 0$, risulta verificata la condizione 1. della Definizione 3.3.

Pagina 89

Riga 13 $\delta_h = \sqrt{1/h}$

Pagina 94

Riga 24 Se $f : (a, b) \to \mathbb{R}$, $a, b \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$,...

Pagina 96

Riga 6 $\forall x_0 \in \mathbb{R}$

Quarta riga dal basso $\forall x_0 \in \mathbb{R}$

Ultima riga $\forall x_0 \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$

Pagina 97

Riga 1

- $\lim_{x\to 0^+} \log_a x = \begin{cases} -\infty & a > 1 \\ +\infty & 0 < a < 1 \end{cases}$; • $\lim_{x\to +\infty} \log_a x = \begin{cases} +\infty & a > 1 \\ -\infty & 0 < a < 1 \end{cases}$
- $\lim_{x\to x_0} \log_a x = \log_a x_0, \qquad \forall x_0 \in \mathbb{R}_+$

Pagina 97

Riga 7 Innanzitutto, in tutti i casi precedenti, se $x_0 \in \mathrm{dom}(f)$, il valore del limite di $f(x)$ per $x \to x_0$ coincide con l'immagine $f(x_0)$ tramite f del punto x_0.

Pagina 100

Riga 19

iv) se $L_1 = L_2 = \pm\infty$ allora $\lim_{x\to x_0} (f \cdot g)(x) = +\infty$
se $L_1 = \pm\infty$ e $L_2 = \mp\infty$ alllora $\lim_{x\to x_0} (f \cdot g)(x) = -\infty$

Se $g(x) \neq 0$ in un opportuno intorno di x_0, con esclusione di x_0:
v) se $L_1 \in \mathbb{R}$ e $L_2 \in \mathbb{R}_0$ allora $\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{L_1}{L_2}$

Pagina 110

Riga 1 Se $f : X \to \mathbb{R}$, $X \subseteq \mathbb{R}$, è una funzione che tende a 0 per x che tende ad un punto x_0 di accumulazione per X, con $f(x) \neq 0$ in un intorno di x_0,...

Pagina 123

Riga 21 ...di equazione $y = L$...

Pagina 129

Riga 23 ... relativo ad un incremento $\Delta x \neq 0$ tale che $x_0 + \Delta x \in X$...

Pagina 130

Riga 8 $\Delta t_0 = 1,25h$, allora la velocità media con la quale ci siamo spostati è:

$$\frac{\Delta s(t_0)}{\Delta t_0} = \frac{130km}{1,25h} = 104km/h\ .$$

Pagina 134

Riga 16 $R(x_0,h)=\dfrac{(x_0+h)^2-x_0^2}{h}=2x_0+h \qquad h\neq 0.$

Ultima riga esponenziale

Pagina 136

Righe 4 e 8

$$\lim_{h\to 0^+} R(a,h)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

$$\lim_{h\to 0^-} R(b,h)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(b+h)-f(b)}{h}.$$

Pagina 139

Riga 15 $D(\log_a x)=\dfrac{1}{x}\log_a e$

Pagina 142

Ottava riga dal basso **Figura 4.4** La funzione non è derivabile in x_0...

Pagina 144

Riga 6

- **punto di cuspide** per f, se i limiti dei rapporti incrementali sinistro e destro di f in x_0 per $h\to 0^{\pm}$ esistono infiniti, con segno discorde fra loro;

Pagina 145

Riga 7 Figura 2.4(d)

Seconda riga dal basso ...ai risultati di esistenza...

Pagina 146

Riga 9 In particolare, se $g(x)=c\in\mathbb{R}$, per ogni $x\in X$, allora:

Ultima riga Nonostante ciò, la funzione h è derivabile in $\mathbb{R}$.

Pagina 147

Riga 4 Inoltre, il rapporto incrementale a partire dall'origine è $R(0,h)=5|h|$ e quindi:

$$\lim_{h\to 0} R(0,h)=\lim_{h\to 0} 5|h|=0=h'(0).$$

Pagina 151

Quinta riga dal basso

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0} h\,\mathrm{sen}\,\frac{1}{h}=0.$$

Pagina 154

Riga 1 La funzione $f(x) = x^2$ è derivabile un numero $n \in \mathbb{N}_0$ qualsiasi di volte su $\mathbb{R}$,

Pagina 155

Settima riga dal basso ...un punto dell'intervallo (a, b) nel quale...

Pagina 158

Riga 1 la tesi del teorema di Lagrange è soddisfatta nel punto $\sqrt{3}/3$

Pagina 159

Riga 6 la tesi del teorema di Lagrange è soddisfatta nei punti $\pm\sqrt{3}/3$

Pagina 186

Ultima riga $g(x) = e^x$.

Pagina 201

Riga 9 sottointervallo $[x_j, x_{j+1}]$, con $j = 0, 1, \dots, n-1$, si ha $m_j = M_j = 2$, quindi:

$$\underline{S}_P = \overline{S}_P = 2(x_1 - x_0) + 2(x_2 - x_1) + \cdots + 2(x_n - x_{n-1}) = 2(4-1) = 6.$$

Pagina 206

Riga 13

$$\int_{-3}^{1} f(x)\,dx = 0 > -4 = \int_{-3}^{1} g(x)\,dx$$

Pagina 220

Riga 10

$$\int_1^3 \frac{2x^2 - 3x}{4x^2}\,dx.$$

La strategia coerente con quanto visto è quella di determinare, per prima cosa, una primitiva della funzione integranda, cioè di calcolare il corrispondente integrale indefinito:

$$\int \frac{2x^2 - 3x}{4x^2}\,dx = \frac{1}{2}\int dx - \frac{3}{4}\int \frac{1}{x}\,dx = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\log|x| + c.$$

A questo punto applichiamo il teorema di Barrow:

$$\int_1^3 \frac{2x^2 - 3x}{4x^2}\,dx = \left[\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\log x\right]_1^3 = \frac{3}{2} - \frac{3}{4}\log 3 - \frac{1}{2} - 0 = 1 - \frac{3}{4}\log 3.$$

Notiamo che, grazie alla proprietà di linearità espressa dal Teorema 6.8, avremmo potuto ottenere il risultato nel seguente modo:

$$\int_1^3 \frac{2x^2 - 3x}{4x^2}\,dx = \frac{1}{2}\int_1^3 dx - \frac{3}{4}\int_1^3 \frac{1}{x}\,dx = \frac{1}{2}[x]_1^3 - \frac{3}{4}[\log x]_1^3 = 1 - \frac{3}{4}\log 3.$$

Pagina 222

Riga 3

$$F(x) = \int_0^x e^{-t} dt.$$

Riga 8

$$\lim_{x \to +\infty} F(x) = \lim_{x \to +\infty} \int_0^x e^{-t} dt.$$

Pagina 224

Settima riga dal basso Calcoliamo:

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{x-1}\, dx.$$

Poiché, per $x < 0$, si ha:

$$\int_x^0 \frac{1}{t-1}\, dt = [\log|t-1|]_x^0 = -\log(1-x)$$

si ricava:

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{x-1}\, dx = \lim_{x \to -\infty} -\log(1-x) = -\infty$$