

Presentazione

La Statistica viene spesso considerata dagli studenti una disciplina complessa, nell'ambito della quale si richiede soltanto un eccessivo sforzo mnemonico per assimilare nozioni ed indici. Ciò è confermato anche dalle notevoli difficoltà manifestate, solitamente, dagli studenti nell'applicare, con rigore scientifico, gli strumenti statistici richiesti nei diversi ambiti sperimentali. Per questa ragione, si ritiene che la didattica di questa disciplina debba essere ispirata ad un coerente equilibrio tra la descrizione degli strumenti statistici e la presentazione delle situazioni empiriche, di natura economica, aziendale, finanziaria, sociale, in cui la Statistica può intervenire per risolvere interessanti quesiti. Lo studente, quindi, viene spronato ad impegnarsi in una disciplina, che non è assolutamente avulsa dal mondo in cui egli vive, e viene stimolato a riconoscere *perché, come e quando* utilizzare un indice statistico nei differenti contesti applicativi.

Sulla base delle considerazioni appena esposte, si è ritenuto utile offrire allo studente un volume, in cui vengono risolti numerosi esercizi, alcuni dei quali proposti nel testo *Fondamenti di Statistica descrittiva*, di Posa D., De Iaco S. e Palma M. A tal proposito, è opportuno sottolineare che le problematiche proposte saranno affrontate, esclusivamente, mediante gli strumenti della Statistica descrittiva, trascurando gli aspetti inferenziali.

Il presente volume è organizzato in 9 capitoli; ogni capitolo include:

- una sintetica descrizione, mediante formulari, degli indici statistici utilizzati;
- una serie di esercizi risolti, in cui vengono richiamati, laddove necessario, i concetti teorici connessi al problema in esame;
- una sequenza di proposte di lavoro con soluzione, mediante le quali lo studente può valutare il proprio livello di apprendimento.

Evidentemente, tale eserciziaro presuppone che il lettore abbia preventivamente acquisito i concetti teorici indispensabili per lo svolgimento degli esercizi presentati.

In conclusione, è doveroso rivolgere un ringraziamento alle dott.sse Emanuela Conza, Alessandra Aprile e Giuseppina Giungato, che hanno contribuito alla revisione del volume.

Note di lavoro

Per una lettura agevole dei formulari di sintesi introdotti nei diversi capitoli, è consigliabile la consultazione della notazione e della simbologia.

Inoltre, nello svolgimento delle proposte di lavoro si suggerisce di approssimare i risultati parziali alla terza cifra decimale secondo le usuali regole di arrotondamento.

Capitolo 1

Concetti introduttivi e definizioni

Nel presente capitolo saranno introdotti alcuni concetti statistici fondamentali ed il formalismo necessari per lo svolgimento degli esercizi discussi nel testo.

È importante evidenziare che le nozioni riportate di seguito saranno illustrate in maniera sintetica e non avranno la caratteristica della completezza; per cui si suggerisce la consultazione del volume *Fondamenti di Statistica descrittiva*, di Posa D., De Iaco S. e Palma M., per una puntuale descrizione dei concetti teorici richiamati.

1.1 Alcune definizioni fondamentali

La Statistica è una disciplina che si compone di metodologie e strumenti che consentono lo studio di particolari aspetti della realtà oggetto d'interesse; ad esempio, il grado di istruzione di una popolazione, il numero di addetti nelle imprese artigiane di una provincia, il volume degli investimenti nelle aziende industriali di una regione, la temperatura atmosferica rilevata giornalmente in una località, il livello di inquinamento da biossido d'azoto registrato dalle centraline di monitoraggio in un'area a rischio.

Ciascun aspetto oggetto di studio rappresenta un *carattere statistico*. Quest'ultimo si manifesta su un insieme di unità elementari denominate *unità statistiche* (*u.s.*). Ad esempio, per il carattere statistico "grado di istruzione" di una popolazione, l'*u.s.* è rappresentata dal singolo individuo appartenente alla popolazione in esame; analogamente, per il carattere statistico "numero di addetti" nelle imprese artigiane di una provincia, ogni impresa artigiana che svolge la propria attività nella provincia oggetto di studio viene considerata *u.s.* L'insieme delle *u.s.* sulle quali si effettua un'indagine è denominato *collettivo statistico*. Il carattere statistico si manifesta sulle *u.s.* del collettivo in esame con una o più *modalità*. Se si considera, ad esempio, il carattere "grado di istruzione", esso si può presentare nel collettivo d'indagine con la modalità *licenza elementare* su un individuo e con la modalità *diploma di laurea* su un altro individuo. Analogamente, il carattere "numero di addetti", si può manifestare con la modalità 10 per un'impresa artigiana della provincia considerata e con la modalità 4 per un'altra impresa della stessa provincia. È immediato, quindi, intuire che le *modalità* di un carattere statistico rappresentano i differenti attributi o le differenti intensità che lo stesso carattere presenta nel collettivo d'indagine. Il numero di volte con cui una modalità si presenta nel collettivo d'indagine è denominato *frequenza assoluta*.

Con riferimento alle modalità, è importante distinguere le seguenti tipologie fondamentali di caratteri statistici:

- *caratteri qualitativi*, se le modalità con cui si presentano sono attributi oppure espressioni verbali; inoltre, un carattere qualitativo può essere *ordinabile*, se tra le modalità esiste un ordine naturale di successione, oppure *non ordinabile*, se tra le modalità non esiste alcun ordine di successione;
- *caratteri quantitativi*, se le modalità con cui si manifestano sono intensità, ovvero sono espresse da numeri; inoltre, un carattere quantitativo può essere definito *discreto*, se può assumere al più un'infinità numerabile di valori, altrimenti, viene denominato *continuo*.

1.2 Formalismo statistico

Al fine di utilizzare un formalismo omogeneo e rigoroso nel corso del presente volume, è opportuno introdurre la notazione generale sintetizzata nella Tab. 1.1.

NOTAZIONE	Descrizione
X, Y, Z	Lettere maiuscole dell'alfabeto latino per indicare i caratteri statistici
n	Numerosità delle <i>u.s.</i> del collettivo oggetto d'indagine
x_1, x_2, \dots, x_n	Osservazioni del carattere X effettuate, rispettivamente, sulla prima, sulla seconda, sull' n -esima <i>u.s.</i> del collettivo d'indagine
$x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$	Osservazioni del carattere X disposte secondo un prefissato criterio di ordinamento; nel caso di carattere quantitativo, si fissa un criterio di ordinamento non decrescente, per cui risulta $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$, con $x_{(1)}$ valore minimo ed $x_{(n)}$ valore massimo
s	Numerosità delle modalità o delle classi di modalità di un carattere X
x_1, x_2, \dots, x_s	Modalità di un carattere X qualitativo o quantitativo discreto, con $s \leq n$; nel caso di carattere quantitativo discreto, le modalità vengono disposte in ordine crescente, ovvero $x_1 < x_2 < \dots < x_s$
$x_i \vdash x_{i+1}, i = 1, 2, \dots, s$	Classi di modalità di un carattere quantitativo X chiuse a sinistra
$x_i \dashv x_{i+1}, i = 1, 2, \dots, s$	Classi di modalità di un carattere quantitativo X chiuse a destra
$x_{2i-1} \vdash x_{2i}, i = 1, 2, \dots, s$	Classi di modalità di un carattere quantitativo X chiuse sia a sinistra che a destra
$d_i, i = 1, 2, \dots, s$	Ampiezze delle classi, calcolate come descritto in Tab. 1.2
$x'_i, i = 1, 2, \dots, s$	Valori centrali delle classi, calcolati come descritto in Tab. 1.2
$n_i, i = 1, 2, \dots, s$	Frequenze assolute associate alle modalità o alle classi di modalità

Tabella 1.1: notazione e descrizione sintetica del formalismo utilizzato.

L'ampiezza ed il valore centrale delle classi di modalità rappresentano caratteristiche fondamentali delle classi stesse e vengono determinate, per ciascuna tipologia di carattere statistico, come indicato in Tab. 1.2.

TIPO DI CARATTERE	Classi di modalità	Ampiezza d_i	Valore centrale x'_i
X discreto	$x_i \vdash x_{i+1}$	$x_{i+1} - x_i$	$\frac{x_i + x_{i+1} - 1}{2}$
	$x_i \dashv x_{i+1}$		
	$x_{2i-1} \vdash x_{2i}$	$x_{2i} - x_{2i-1} + 1$	$\frac{x_{2i-1} + x_{2i}}{2}$
X continuo	$x_i \vdash x_{i+1}$	$x_{i+1} - x_i$	$\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$
	$x_i \dashv x_{i+1}$		

Tabella 1.2: ampiezza e valore centrale delle classi di modalità per differenti tipologie di carattere statistico.

Esercizi risolti

1.1. Su 20 clienti presenti in uno *snack bar* sono state rilevate, mediante l'utilizzo di un questionario, le seguenti informazioni:

- età;
- stato civile;
- occupazione;
- titolo di studio;
- sesso;
- distanza in *km* del posto di lavoro dall'abitazione;
- numero medio di ore lavorative settimanali;
- numero medio di pranzi fuori casa a settimana;
- bevanda preferita;
- valutazione qualitativa dei cibi preconfezionati.

a) Si individui l'*u.s.* del collettivo d'indagine.

b) Si distinguano i caratteri quantitativi da quelli qualitativi.

— — ◊ — —

Soluzione - Quesito a)

L'*u.s.* oggetto d'indagine corrisponde a ciascun cliente presente nello *snack bar* al momento della rilevazione ed al quale è stato somministrato il questionario.

Soluzione - Quesito b)

Nella rilevazione effettuata, i caratteri osservati possono essere classificati nel modo seguente:

caratteri qualitativi	caratteri quantitativi
<ul style="list-style-type: none"> - stato civile - occupazione - titolo di studio - sesso - bevanda preferita - valutazione qualitativa dei cibi preconfezionati 	<ul style="list-style-type: none"> - età - distanza in <i>km</i> del posto di lavoro dall'abitazione - numero medio di ore lavorative settimanali - numero medio di pranzi fuori casa a settimana

1.2. Sulla rivista di settore *Milano Finanza* (Edizione Speciale n° 1000) è stata pubblicata una raccolta delle 1000 maggiori aggiudicazioni di opere d'arte, presso le case d'asta più rinomate. Di seguito, viene riportato un elenco di 14 delle opere suddette, ordinato in base alla data di aggiudicazione:

artisti	titoli delle opere d'arte	prezzi di aggiudicazione (in euro)	date di aggiudicazione	case d'asta
Canaletto	<i>Bacino di San Marco</i>	4400000	26/01/05	<i>Christie's New York</i>
Fernand Leger	<i>Les Campeurs</i>	6360000	03/05/05	<i>Sotheby's New York</i>
Constantin Brancusi	<i>Oiseau dans l'espace</i>	22880000	04/05/05	<i>Christie's New York</i>
Claude Monet	<i>Vetheuil, Après-Midi</i>	5520000	04/05/05	<i>Christie's New York</i>
Paul Cezanne	<i>Pommes Et Gateaux</i>	8600000	01/11/05	<i>Christie's New York</i>
Pablo Picasso	<i>Bouveuse Accoudee</i>	5420000	01/11/05	<i>Christie's New York</i>
Mark Rothko	<i>Homage To Matisse</i>	18680000	08/11/05	<i>Christie's New York</i>
Grant Wood	<i>Spring Plowing</i>	5800000	30/11/05	<i>Sotheby's New York</i>
Donatello	<i>Madonna con Bambino</i>	3700000	26/01/06	<i>Sotheby's New York</i>
Edvard Munch	<i>Self-Portrait</i>	5028000	07/02/06	<i>Sotheby's New York</i>
Joan Mirò	<i>L'oiseau Au Plumage</i>	7224000	07/02/06	<i>Sotheby's London</i>
Paul Gauguin	<i>Deux Femmes</i>	17259000	07/02/06	<i>Sotheby's London</i>
Andy Warhol	<i>Last Supper</i>	3774000	08/02/06	<i>Christie's New York</i>
Lucian Freud	<i>Bruce Bernard</i>	4950000	09/02/06	<i>Sotheby's New York</i>

Fonte: *Milano Finanza* - 25 febbraio 2006.

Si individuino le tipologie dei caratteri statistici $X =$ “prezzo di aggiudicazione” ed $Y =$ “titolo dell'opera d'arte”.

— — ◊ — —

Soluzione

Il carattere $X =$ “prezzo di aggiudicazione” è quantitativo, poiché le modalità con cui tale carattere si manifesta sono intensità; inoltre, è discreto, dal momento che il prezzo di aggiudicazione è ottenuto incrementando il prezzo base (base d'asta) con rilanci di numerosità finita e di entità prestabilita. Quindi, il prezzo di aggiudicazione può assumere al più un'infinità numerabile di valori. D'altra parte, il carattere $Y =$ “titolo dell'opera d'arte” è qualitativo, dal momento che le modalità con cui si presenta sono espressioni verbali; inoltre, è non ordinabile, poiché tra le stesse modalità non esiste un ordine naturale di successione.

1.3. Al concorso per l'assegnazione di borse di studio, bandito da un ente per il diritto allo studio universitario, hanno partecipato 10 studenti.

L'elenco, di seguito riportato, indica, per ciascun richiedente, la data di invio della domanda, il numero di matricola, il numero di esami sostenuti e la media dei voti negli esami di profitto:

date invio domande	n° matricola	n° esami	medie dei voti
16/09/05	10003298	9	28
06/09/05	10003885	10	28,6
04/09/05	10007962	8	27
18/09/05	10003295	9	29
16/09/05	10007787	12	30
11/09/05	10007981	10	28,4
01/09/05	10004781	9	28,3
04/09/05	10005678	8	26
11/09/05	10008760	11	29,4
13/09/05	10007982	10	26,7

- a) Si indichino le tipologie dei caratteri $X = \text{“numero di esami”}$ ed $Y = \text{“media dei voti”}$.
- b) Si fornisca l'elenco degli studenti partecipanti al concorso, identificati per numero di matricola, disponendoli in ordine non decrescente per media dei voti negli esami di profitto.

— — ◊ — —

Soluzione - Quesito a)

Il carattere $X = \text{“numero di esami”}$ è quantitativo discreto, poiché può assumere solo un numero finito di valori. Analogamente, il carattere $Y = \text{“media dei voti”}$, in trentesimi, è quantitativo discreto, dal momento che la media dei voti negli esami di profitto è un valore appartenente all'insieme dei numeri razionali e quindi il carattere Y può assumere un'infinità numerabile di valori.

Soluzione - Quesito b)

L'elenco degli studenti partecipanti al concorso, identificati per numero di matricola e disposti in ordine non decrescente per media dei voti, risulta essere:

n° matricola	medie dei voti
10005678	26
10007982	26,7
10007962	27
10003298	28
10004781	28,3
10007981	28,4
10003885	28,6
10003295	29
10008760	29,4
10007787	30

1.4. Di seguito, è presentata una lista di alcuni fondi comuni di investimento italiani, con l'indicazione della data di inizio dell'investimento e delle *performance*, in termini di rendimento medio annuo percentuale:

denominazioni dei fondi comuni	date inizio investimento	rendimenti medi annui percentuali
<i>Generali Capital</i>	22/10/84	12,5
<i>DWS Professionale LC</i>	26/11/84	12,6
<i>Eurom Risk Fund</i>	05/10/88	15,6
<i>Sanpaolo Azioni It</i>	04/07/95	26,7
<i>Generali Rend</i>	22/10/84	12,5
<i>Imi Capital</i>	02/07/84	12,3
<i>Bipiemme Visconteo</i>	20/05/85	12,9
<i>Azimut Crescita It</i>	09/04/90	17,2
<i>DWS Swiss LC</i>	17/06/91	18,7
<i>Generali Euro Value</i>	30/01/89	15,9
<i>RAS Obbligazionario L</i>	21/06/84	12,3
<i>Ducato Geo Globale</i>	04/03/85	12,8
<i>Sai Italia</i>	16/03/92	19,8
<i>Sanpaolo Vega Coupon</i>	04/03/85	12,8

Fonte: *Milano Finanza* - 25 febbraio 2006.

- a) Si indichino le tipologie dei caratteri $X =$ “denominazione del fondo comune” ed $Y =$ “rendimento medio annuo percentuale”.
- b) Si fornisca un elenco dei fondi comuni di investimento italiani, disponendoli in ordine non decrescente di rendimento medio annuo percentuale.

— — ◇ — —

Soluzione - Quesito a)

Il carattere $X =$ “denominazione del fondo comune” è qualitativo non ordinabile, dal momento che le modalità con cui si manifesta sono espressioni verbali, tra le quali non esiste un ordine naturale di successione. D'altra parte, il carattere $Y =$ “rendimento medio annuo percentuale” è quantitativo, dal momento che le modalità con cui si presenta sono espresse da numeri; inoltre, è continuo, poiché può assumere tutti i valori appartenenti ad un intervallo.

Soluzione - Quesito b)

L'elenco dei fondi comuni di investimento italiani, disposti in ordine non decrescente di rendimento medio annuo percentuale, risulta essere il seguente:

denominazioni dei fondi comuni	date inizio investimento	rendimenti medi annui percentuali
<i>Imi Capital</i>	02/07/84	12,3
<i>RAS Obbligazionario L</i>	21/06/84	12,3
<i>Generali Rend</i>	22/10/84	12,5
<i>Generali Capital</i>	22/10/84	12,5
<i>DWS Professionale LC</i>	26/11/84	12,6
<i>Ducato Geo Globale</i>	04/03/85	12,8
<i>Sanpaolo Vega Coupon</i>	04/03/85	12,8
<i>Bipiemme Visconteo</i>	20/05/85	12,9
<i>Eurom Risk Fund</i>	05/10/88	15,6
<i>Generali Euro Value</i>	30/01/89	15,9
<i>Azimut Crescita It</i>	09/04/90	17,2
<i>DWS Swiss LC</i>	17/06/91	18,7
<i>Sai Italia</i>	16/03/92	19,8
<i>Sanpaolo Azioni It</i>	04/07/95	26,7

1.5. Dal *database RAI* è stato rilevato il numero di abbonamenti televisivi ad uso privato (X) e speciali (Y), iscritti a ruolo al 31 dicembre 2003, in 20 comuni della provincia di Brindisi:

comuni	n° abbonamenti	
	uso privato x_i	speciali y_i
Brindisi	24581	137
Carovigno	3693	34
Ceglie Messapica	5998	19
Cellino San Marco	1936	13
Cisternino	3542	30
Erchie	2046	12
Fasano	9768	84
Francavilla Fontana	8928	42
Latiano	4070	15
Mesagne	7701	46
Oria	3719	17
Ostuni	8984	91
San Donaci	2033	13
San Michele Salentino	1751	15
San Pancrazio Salentino	2969	22
San Pietro Vernotico	4404	26
San Vito dei Normanni	5730	38
Torchiarolo	1416	2
Torre Santa Susanna	2564	9
Villa Castelli	2015	11

Fonte: *RAI - Radio Televisione Italiana*.

Si determini:

- il totale del numero di abbonamenti ad uso privato e quello del numero di abbonamenti speciali;
- l'ammontare globale del numero di abbonamenti della provincia di Brindisi.

— — ◊ — —

Soluzione - Quesito a)

Il totale del numero di abbonamenti ad uso privato viene determinato mediante la sommatoria dei valori x_i , $i = 1, 2, \dots, 20$, osservati per il carattere X , ovvero

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 24581 + 3693 + \dots + 2015 = 107848.$$

In maniera analoga, il totale del numero di abbonamenti speciali è pari alla somma dei valori y_i , $i = 1, 2, \dots, 20$, osservati per il carattere Y , ovvero

$$\sum_{i=1}^{20} y_i = 137 + 34 + \dots + 11 = 676.$$

Soluzione - Quesito b)

L'ammontare globale del numero di abbonamenti della provincia di Brindisi è ottenuto dalla somma dei valori x_i , $i = 1, 2, \dots, 20$, osservati per il carattere X , e dei valori y_i , $i = 1, 2, \dots, 20$, osservati per il carattere Y . Per cui, in base ai risultati ottenuti nella soluzione del quesito a), risulta:

$$\sum_{i=1}^{20} (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^{20} x_i + \sum_{i=1}^{20} y_i = 107848 + 676 = 108524.$$

1.6. Al fine di completare la scheda anagrafica di 8 nuovi iscritti ad una palestra sono state richieste alcune informazioni, tra cui il numero di componenti del nucleo familiare (X). I valori rilevati sono risultati i seguenti:

2 3 2 3 2 4 4 5.

Si individuino:

- a) le modalità con cui il carattere X in esame si è manifestato sul collettivo d'indagine e la loro numerosità;
- b) le frequenze assolute associate alle singole modalità, verificando che la loro somma coincida con la numerosità del collettivo.

-- ♦ --

Soluzione - Quesito a)

Il carattere X = "numero di componenti del nucleo familiare" si è manifestato con le seguenti modalità:

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 4, \quad x_4 = 5,$$

per cui la numerosità s delle modalità del carattere in esame è pari a 4.

Soluzione - Quesito b)

Dal momento che la modalità $x_1 = 2$ si è presentata 3 volte nel collettivo in esame, le modalità $x_2 = 3$ ed $x_3 = 4$ si sono manifestate entrambe 2 volte e la modalità $x_4 = 5$ si è presentata soltanto 1 volta, le frequenze assolute associate alle modalità del carattere X , risultano essere:

$$n_1 = 3, \quad n_2 = 2, \quad n_3 = 2, \quad n_4 = 1,$$

con

$$\sum_{i=1}^4 n_i = 3 + 2 + 2 + 1 = 8,$$

dove il valore 8 rappresenta la numerosità n delle *u.s.* del collettivo d'indagine.

1.7. Da un sondaggio effettuato su 12 clienti presenti una mattina in una caffetteria sono state rilevate le seguenti informazioni riguardanti la bevanda ordinata (X):

caffé latte caffè cioccolata caffè latte
caffé caffè latte caffè cappuccino latte.

Si individuino:

- a) le modalità con cui il carattere X si è manifestato sul collettivo d'indagine e la loro numerosità;
- b) le frequenze assolute associate alle singole modalità, verificando che la loro somma coincida con la numerosità del collettivo.

-- ♦ --

Soluzione - Quesito a)

Il carattere X = “bevanda ordinata” si è manifestato con le seguenti modalità:

$$x_1 = \text{caffé}, \quad x_2 = \text{latte}, \quad x_3 = \text{cioccolata}, \quad x_4 = \text{cappuccino},$$

per cui la numerosità s delle modalità del carattere in esame risulta pari a 4.

Soluzione - Quesito b)

Poiché la modalità $x_1 = \text{caffé}$ si è presentata 6 volte nel collettivo considerato, la modalità $x_2 = \text{latte}$ si è manifestata 4 volte e le modalità $x_3 = \text{cioccolata}$ ed $x_4 = \text{cappuccino}$ si sono presentate soltanto 1 volta, le frequenze assolute associate alle modalità del carattere X , risultano:

$$n_1 = 6, \quad n_2 = 4, \quad n_3 = 1, \quad n_4 = 1,$$

con

$$\sum_{i=1}^4 n_i = 6 + 4 + 1 + 1 = 12,$$

dove il valore 12 rappresenta la numerosità n delle *u.s.* del collettivo d'indagine.

1.8. In seguito ad un'indagine sul carattere X = “numero d'impresе artigiane” presenti in una provincia, le modalità del carattere in esame sono state raggruppate in classi, come segue:

$$\begin{aligned} x_1 \dashv x_2 &= 0 \dashv 100, \\ x_2 \dashv x_3 &= 100 \dashv 300, \\ x_3 \dashv x_4 &= 300 \dashv 600, \\ x_4 \dashv x_5 &= 600 \dashv 1000. \end{aligned}$$

Si determini l'ampiezza ed il valore centrale per ciascuna classe di modalità.

— — ◊ — —

Soluzione

Dal momento che il carattere $X = \text{“numero d'impresе artigiane”}$ è discreto e le classi di modalità sono chiuse a destra, le ampiezze ed i valori centrali delle classi, vengono determinati, rispettivamente, come segue:

$$d_i = x_{i+1} - x_i, \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

$$x'_i = \frac{x_i + x_{i+1} - 1}{2}, \quad i = 1, 2, 3, 4;$$

per cui si ottiene:

$$d_1 = 100, \quad d_2 = 200, \quad d_3 = 300, \quad d_4 = 400;$$

$$x'_1 = 49,5, \quad x'_2 = 199,5, \quad x'_3 = 449,5, \quad x'_4 = 799,5.$$

1.9. Per un collettivo di 200 alunni di una scuola elementare sottoposti a visita medica, sono stati rilevati alcuni caratteri antropometrici, tra cui la statura (X), in *cm*, che si è manifestata con le seguenti classi di modalità e le corrispondenti frequenze assolute:

$$x_1 \vdash x_2 = 100 \vdash 110, \quad n_1 = 14,$$

$$x_2 \vdash x_3 = 110 \vdash 130, \quad n_2 = 86,$$

$$x_3 \vdash x_4 = 130 \vdash 140, \quad n_3 = 55,$$

$$x_4 \vdash x_5 = 140 \vdash 150, \quad n_4 = 30,$$

$$x_5 \vdash x_6 = 150 \vdash 160, \quad n_5 = 15.$$

- a) Si determini l'ampiezza ed il valore centrale per ciascuna classe di modalità.
- b) Si verifichi che la somma delle frequenze assolute è pari alla numerosità del collettivo d'indagine.

— — ◊ — —

Soluzione - Quesito a)

Il carattere $X = \text{“statura”}$, in *cm*, è continuo ed è stato rappresentato mediante modalità raggruppate in classi chiuse a sinistra; per cui, le ampiezze ed i valori centrali delle classi, vengono determinate, rispettivamente, come segue:

$$d_i = x_{i+1} - x_i, \quad i = 1, 2, \dots, 5,$$

$$x'_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, 5.$$

Pertanto, si ottiene:

$$d_1 = 10, \quad d_2 = 20, \quad d_3 = 10, \quad d_4 = 10, \quad d_5 = 10;$$

$$x'_1 = 105, \quad x'_2 = 120, \quad x'_3 = 135, \quad x'_4 = 145, \quad x'_5 = 155.$$

Soluzione - Quesito b)

La numerosità n delle *u.s.* osservate è pari a 200 ed è immediato verificare che essa corrisponde alla somma delle frequenze assolute n_i , $i = 1, 2, \dots, 5$; infatti risulta:

$$\sum_{i=1}^5 n_i = 14 + 86 + 55 + 30 + 15 = 200.$$

1.10. Un gruppo bancario ha rilevato il numero di contratti di compravendita (X) di titoli azionari conclusi in un mese da 60 *broker*. Il carattere in esame si è manifestato con le seguenti classi di modalità e le corrispondenti frequenze assolute:

$$\begin{aligned} x_1 \text{ H } x_2 &= 20 \text{ H } 30, & n_1 &= 5, \\ x_3 \text{ H } x_4 &= 31 \text{ H } 65, & n_2 &= 10, \\ x_5 \text{ H } x_6 &= 66 \text{ H } 80, & n_3 &= 15, \\ x_7 \text{ H } x_8 &= 81 \text{ H } 95, & n_4 &= 30. \end{aligned}$$

- Si determini l'ampiezza ed il valore centrale per ciascuna classe di modalità.
- Si verifichi che la somma delle frequenze assolute è pari alla numerosità del collettivo d'indagine.

— — ◊ — —

Soluzione - Quesito a)

Il carattere $X =$ “numero di contratti di compravendita” è discreto ed è stato rappresentato mediante modalità raggruppate in classi chiuse sia a sinistra che a destra; per cui, le ampiezze ed i valori centrali delle classi, vengono determinati, rispettivamente, come segue:

$$\begin{aligned} d_i &= x_{2i} - x_{2i-1} + 1, & i &= 1, 2, 3, 4, \\ x'_i &= \frac{x_{2i-1} + x_{2i}}{2}, & i &= 1, 2, 3, 4. \end{aligned}$$

Pertanto, si ottiene:

$$\begin{aligned} d_1 &= 11, & d_2 &= 35, & d_3 &= 15, & d_4 &= 15; \\ x'_1 &= 25, & x'_2 &= 48, & x'_3 &= 73, & x'_4 &= 88. \end{aligned}$$

Soluzione - Quesito b)

La numerosità n delle *u.s.* osservate è pari a 60 ed è immediato verificare che essa corrisponde alla somma delle frequenze assolute n_i , $i = 1, 2, 3, 4$; infatti risulta:

$$\sum_{i=1}^4 n_i = 5 + 10 + 15 + 30 = 60.$$

Proposte di lavoro

1.11. Da un'indagine condotta dall'*IPRES (Istituto Pugliese di Ricerche Economiche e Sociali)* sulla ricettività alberghiera di alcuni comuni della provincia di Lecce, sono state rilevate le seguenti informazioni:

comuni	n° esercizi alberghieri	n° camere	n° posti letto
Alessano	1	16	24
Alliste	1	24	42
Andrano	1	10	20
Casarano	2	57	110
Castrignano del C./ M. di Leuca	8	213	372
Castro Marina	8	183	348
Copertino	2	26	44
Diso	1	7	10
Gagliano del Capo	1	71	113
Galatina	3	79	131
Gallipoli	13	577	1256
Lecce	12	851	1638
Maglie	1	45	72
Melendugno	9	250	668
Minervino di Lecce	1	14	21
Morciano di L./M. di Torrevado	5	159	291
Muro Leccese	1	14	23
Nardò	5	170	297
Otranto	20	1057	3252
Parabita	1	7	13
Patù	1	10	17
Porto Cesareo	17	519	870
Racale	1	10	15
Ruffano	1	9	15
Salice Salentino	1	20	40
Salve	6	67	126
Sannicola	1	25	44
Santa Cesarea Terme	6	259	475
Taviano	5	69	123
Trepuzzi	1	84	168
Tricase	5	72	120
Ugento	19	1113	2637

Fonte: *IPRES - Puglia in cifre 2000.*

- a) Si indichi l'*u.s.* del collettivo d'indagine.
- b) Si individuino le tipologie dei caratteri statistici osservati.

1.12. Sulla base di studi e ricerche biometriche è stata realizzata una carta d'identità elettronica, in vigore sul territorio italiano a decorrere dall'1/1/2006 (Legge n° 43 del 31 marzo 2005), in cui vengono riportati gli elementi identificativi di un individuo, tra i quali si possono annoverare i seguenti:

- cognome;
- nome;
- comune di residenza;
- cittadinanza;
- statura;
- peso corporeo;
- sesso;
- gruppo sanguigno;
- impronta digitale;
- n° componenti del nucleo familiare;
- data di emissione del documento;
- data di scadenza del documento;
- firma digitale;
- fotografia.

Si individuino, nell'elenco suddetto, almeno 2 caratteri qualitativi e 2 caratteri quantitativi.

1.13. Da un'intervista su 10 atleti partecipanti alle Olimpiadi invernali sono state rilevate le seguenti informazioni:

- tipo di specialità (*Snowboard/ Slittino/ Short track/ Sci Fondo/ Sci Alpino/ Hockey su ghiaccio/ Pattinaggio/ Curling*);
- n° ore dedicate giornalmente all'allenamento (4/ 5/ 6/ 7).

- a) Si individui l'*u.s.* del collettivo d'indagine.
- b) Si indichino le tipologie dei caratteri statistici osservati.
- c) Si determini il numero di modalità per ciascun carattere considerato.

1.14. Su 10 autovetture presentate al salone dell'automobile sono state rilevate le seguenti informazioni inerenti alle caratteristiche tecniche ed agli equipaggiamenti disponibili:

- tipo di motore (benzina iniezione elettronica/ iniezione diretta *common rail*);
- n° cavalli fiscali (14/ 15/ 17/ 20);
- cilindrata, in cm^3 (1400/ 1500/ 1700/ 2401);
- colore carrozzeria (bianco/ nero/ blu/ rosso/ sabbia/ verde/ grigio);
- n° posti (4/ 5);
- velocità massima, in km/h (180/ 200/ 250);
- consumi su strada urbana, in $l/100 km$ (5,3/ 7,6/ 8,2);
- consumi su strada extraurbana, in $l/100 km$ (3,8/ 4,9/ 5);
- climatizzazione (manuale/ automatica).

- a) Si individui l'*u.s.* del collettivo d'indagine.
 b) Si distinguano i caratteri quantitativi da quelli qualitativi.
 c) Si determini il numero di modalità per ciascun carattere considerato.

1.15. Su un collettivo costituito da 16 studenti universitari, è stato osservato il numero di crediti formativi al termine del primo anno di un corso di laurea triennale. I valori rilevati sono risultati i seguenti:

48 56 58 54 60 60 54 54
 48 48 54 56 60 54 48 54.

Si individuino:

- a) le modalità con cui il carattere in esame si è manifestato sul collettivo osservato e la loro numerosità;
 b) le frequenze assolute associate alle singole modalità, verificando che la loro somma coincida con la numerosità del collettivo.

1.16. Su un collettivo di 10 partecipanti ad un concorso è stato rilevato il titolo di studio conseguito, come riportato di seguito:

diploma diploma master laurea laurea
 laurea laurea diploma diploma laurea.

Si individuino:

- a) le modalità con cui il carattere in esame si è manifestato sul collettivo d'indagine e la loro numerosità;
 b) le frequenze assolute associate alle singole modalità, verificando che la loro somma coincida con la numerosità del collettivo.

1.17. Nell'ambito di un'indagine effettuata nei teatri di alcune città italiane in occasione della prima rappresentazione di un'opera teatrale, sono stati rilevati: il numero di spettatori per teatro, l'età, in anni compiuti, e la spesa media mensile, in *euro*, per attività culturali degli spettatori. Si è ritenuto opportuno raggruppare in classi le modalità di ciascun carattere considerato, come risulta dalla seguente tabella:

n° spettatori	classi di età	classi di spesa
0 † 50	18 † 22	40 † 100
51 † 100	22 † 30	100 † 150
101 † 200	30 † 40	150 † 180
201 † 250	40 † 50	180 † 200
251 † 300	50 † 60	200 † 250

Si individuino le ampiezze ed i valori centrali per le classi di modalità di ciascun carattere osservato.

Soluzioni

- 1.11. a) L'*u.s.* del collettivo considerato corrisponde a ciascun comune interessato dall'indagine;
 b) "n° esercizi alberghieri", "n° camere", "n° posti letto": caratteri quantitativi discreti

1.12.

caratteri qualitativi	caratteri quantitativi
- cognome - nome - comune di residenza - cittadinanza - sesso - gruppo sanguigno - impronta digitale - data di emissione del documento - data di scadenza del documento - firma digitale - fotografia	- statura - peso corporeo - n° componenti del nucleo familiare

- 1.13. a) L'*u.s.* del collettivo considerato corrisponde a ciascun atleta intervistato;
 b) "tipo di specialità": carattere qualitativo non ordinabile; "n° ore dedicate giornalmente all'allenamento": carattere quantitativo discreto;
 c) 8 ("tipo di specialità"); 4 ("n° ore dedicate giornalmente all'allenamento")

- 1.14. a) L'*u.s.* del collettivo considerato corrisponde a ciascuna autovettura presentata al salone auto;

b)

caratteri qualitativi	caratteri quantitativi
- tipo di motore - colore carrozzeria - climatizzazione	- n° cavalli fiscali - cilindrata - n° posti - velocità massima - consumi su strada urbana - consumi su strada extraurbana

- c) 2 ("tipo di motore"); 7 ("colore carrozzeria"); 2 ("climatizzazione"); 4 ("n° cavalli fiscali"); 4 ("cilindrata"); 2 ("n° posti"); 3 ("velocità massima"); 3 ("consumi su strada urbana"); 3 ("consumi su strada extraurbana")

- 1.15. a) Le modalità con cui il carattere si è manifestato sul collettivo d'indagine risultano essere

48 54 56 58 60

e la loro numerosità è pari a 5;

- b) le frequenze assolute associate alle modalità indicate nella soluzione del quesito a), sono

4 6 2 1 3

dove risulta: $4 + 6 + 2 + 1 + 3 = 16$

- 1.16. a) Le modalità con cui il carattere si è manifestato sul collettivo d'indagine risultano essere

diploma laurea master

e la loro numerosità è pari a 3;

- b) le frequenze assolute associate alle modalità indicate nella soluzione del quesito a), sono

4 5 1

dove risulta: $4 + 5 + 1 = 10$

1.17.

n° spettatori		classi di età		classi di spesa	
ampiezze	valori centrali	ampiezze	valori centrali	ampiezze	valori centrali
51	25	4	19,5	60	70
50	75,5	8	25,5	50	125
100	150,5	10	34,5	30	165
50	225,5	10	44,5	20	190
50	275,5	10	54,5	50	225