

Prefazione

Questo è il primo libro di una collana di due volumi di Matematica Generale, in cui trattiamo i tradizionali argomenti presentati in un corso di laurea in Economia in modo non tradizionale, aggiungendo tanti complementi di teoria nonché una quantità inusuale di esempi, figure ed esercizi.

I due volumi della collana sono così strutturati:

Volume I: logica elementare, insiemistica, calcolo combinatorio, topologia dei numeri reali, algebra vettoriale e matriciale, sistemi lineari, rette nel piano e strutture algebriche, nonché un'appendice per i richiami di algebra elementare e di trigonometria;

Volume II: successioni, serie, funzioni reali di una variabile reale, limiti, continuità, derivabilità, teoremi del calcolo differenziale, studio di funzioni, integrali indefiniti e definiti, equazioni differenziali e applicazioni economiche, nonché un'appendice per le disequazioni.

Il Volume I elabora e completa, modificandolo in modo sostanziale, il seguente libro:

[GA2017] Alfio Giarlotta e Silvia Angilella.

Matematica Generale. Teoria e Pratica con Esercizi a Scelta Multipla. Volume I.
Seconda edizione, Giappichelli 2017.

Ringraziamo Silvia Angilella per averci permesso di utilizzare la struttura portante del suddetto libro [GA2017] ai fini della stesura di questo primo volume.

I due volumi di questa collana costituiscono un tentativo di abbinare la teoria e la pratica della Matematica Generale in un connubio inscindibile. Infatti, un notevole numero di esempi accompagna ciascuna nozione teorica introdotta e, viceversa, i tanti esercizi (svolti e non svolti) costituiscono spesso un'occasione per presentare in un modo diverso alcuni aspetti della teoria. La tipologia degli esercizi è diversa da quella classica, in quanto utilizziamo la struttura dei quesiti a risposta multipla. La *ratio* di tale scelta è che reputiamo lo schema a risposta multipla didatticamente più idoneo a testare l'apprendimento dei tanti concetti, nozioni e metodologie introdotti.

Altrettanto inusuale è la quantità di figure che accompagnano la presentazione della teoria e la risoluzione degli esercizi. Riteniamo che l'approccio grafico possa risultare di notevole aiuto agli studenti nella comprensione di alcuni concetti, soprattutto quelli astratti.

Un'ulteriore caratteristica non convenzionale di questi due libri è l'ubiquo uso di svariati colori. Nel tentativo di rendere i tanti concetti/risultati/esempi/definizioni ivi presentati più facilmente fruibili, abbiamo attribuito un significato a ciascun colore, utilizzato in relazione alla natura dei contenuti che enfatizza. Precisamente, utilizzeremo i seguenti colori con la seguente semantica:

- **magenta** per definizioni, notazioni e quesiti;
- **azzurro** per teoremi, proposizioni, corollari, lemmi e algoritmi;
- **verde** per esempi ed esercizi risolti;
- **violetto** per esercizi non risolti;
- **blu** per i nomi dei matematici (e scienziati) di cui nei richiami bibliografici.

(Tuttavia, nelle figure useremo liberamente i colori, senza alcuna semantica predeterminata.)

I **destinatari** naturali dei due libri di questa collana sono gli studenti universitari impegnati nel conseguimento di una laurea che richieda una formazione matematica propedeutica all'apprendimento di altre discipline. In particolare, alcuni argomenti ed esercizi sono strutturati *ad hoc* per gli studenti di corsi di laurea in discipline economiche.

Tuttavia, nonostante l'organizzazione di questi volumi sia ispirata ad obiettivi didattici, il lettore potenziale non appartiene necessariamente alla categoria degli studenti che aspirino esclusivamente al superamento dell'esame di Matematica Generale. Invero, questi due testi sono teoricamente utilizzabili anche da chi desideri ottenere una panoramica, ancorché generica ed incompleta, sulle modalità di formalizzazione simbolica di alcuni concetti astratti aventi natura quantitativa.

Lo **scopo** auspicato di questi volumi è principalmente quello di fornire al lettore un ausilio alla preparazione da due punti di vista complementari e sinergici:

- *preparazione teorica* per il superamento della prova orale di Matematica Generale, mediante la presentazione schematica degli argomenti di teoria nonché di alcune nozioni complementari;
- *preparazione pratica* per il superamento della prova scritta di Matematica Generale, mediante la presentazione e lo svolgimento di quesiti a scelta multipla relativi ai vari argomenti di teoria.

Un terzo obiettivo – forse più recondito ma a nostro avviso tutt'altro che ultroneo – è quello di fornire al lettore un *modus cogitandi* alternativo, utile nell'interpretazione di concetti e nella soluzione di problemi che richiedano un approccio sistematico ed una forma simbolica di pensiero. A tal fine abbiamo tentato di organizzare la trattazione come un *corpus* di conoscenze omogeneo ed articolato al tempo stesso, enfatizzando le connessioni tra i tanti concetti presentati, che, ove possibile, sono stati collocati in un contesto (matematico e non) più ampio, al fine di evidenziarne la portata generale. Talvolta abbiamo anche inserito alcuni brevi riferimenti storici nella trattazione di alcuni argomenti (soprattutto nelle note a piè di pagina),¹ nella conclamata convinzione che la conoscenza della genesi e dell'evoluzione dei concetti matematici possa costituire un ausilio alla comprensione delle loro modalità di formalizzazione.

Nel perseguimento di un obiettivo di integrazione reciproca tra teoria e pratica, abbiamo arricchito l'esposizione con inusuali spiegazioni relative alla *ratio* per cui ed al *modus* in cui alcuni concetti matematici vengono rappresentati mediante determinate nozioni espresse in linguaggio simbolico, nella malcelata speranza che ciò possa rendere meno criptica – e, si spera, più piacevole – una materia tradizionalmente ostica. Inoltre, limitatamente agli argomenti che si prestano per la loro stessa natura a degli approfondimenti non eccessivamente tecnici – quali insiemistica, calcolo combinatorio, matrici, etc. – abbiamo aggiunto alcuni complementi di teoria ai contenuti solitamente presentati in un corso di Matematica Generale, al fine di consentire al lettore una più ampia visione del *corpus* di metodologie e strumenti propri di alcune branche della matematica.

Struttura del libro

Questo primo volume è composto da una prefazione e da otto capitoli di teoria e pratica, più un'appendice contenente alcuni prerequisiti matematici necessari per l'apprendimento a livello universitario. Ciascuno degli primi otto capitoli è suddiviso in due parti: teoria e pratica. Nella parte teorica di ogni capitolo si danno tutte le nozioni fondamentali per lo svolgimento degli esercizi, nonché alcuni complementi di teoria. La parte pratica contiene i relativi esercizi, alcuni dei quali sono provvisti di risoluzione completa (o talvolta di suggerimenti per il loro svolgimento). Le risposte esatte a tutti i quesiti senza svolgimento sono raccolte alla fine del libro.

1. Teoria

Questo libro è autocontenuto. La Parte 1 dei primi otto capitoli contiene tutte le nozioni ed i risultati necessari per lo svolgimento degli esercizi di cui nella Parte 2. L'introduzione di nuovi concetti è accompagnata da un copioso numero di esempi illustrativi. Consigliamo un attento studio delle nozioni preliminari di teoria di ogni capitolo prima di affrontare i relativi esercizi.

Le ultime sezioni di alcuni capitoli contengono dei complementi di teoria, che trattano argomenti più tecnici e complessi. Per distinguerle dalle altre, tali sezioni sono marcate con un asterisco e possono essere omesse senza che ciò arrechi pregiudizio alla comprensione delle nozioni teoriche presentate nelle altre sezioni. Invero, l'obiettivo di questi complementi di teoria è esclusivamente

¹ Le note storiche relative alla vita degli scienziati, artisti, politici e letterati menzionati nel testo sono disponibili in rete, su *Wikipedia* oppure all'indirizzo www-history.mcs.st-and.ac.uk sul sito della *University of St. Andrews* (Scozia). Per una raccolta di aforismi inerenti la matematica, si veda, ad esempio, il sito personale di Gabriele Martufi.

quello di fornire ai lettori interessati la possibilità di approfondire i relativi argomenti, permettendo altresì di avere una visione d'insieme più completa ed organizzata della materia. Per la medesima ragione, abbiamo marcato con un asterisco anche alcuni (rari) risultati e dimostrazioni che richiedono nozioni complementari e/o ragionamenti tecnicamente complessi o di natura astratta. Infine, sono marcati con un asterisco anche i pochi esercizi che richiedono nozioni complementari.

2. Pratica

La Parte 2 di ciascun capitolo contiene i quesiti a scelta multipla, che sviluppano ed applicano le nozioni teoriche acquisite, spesso evidenziando quale, tra le diverse strategie a disposizione per la loro risoluzione, risulta la più efficiente. A tal proposito, osserviamo che l'approccio qui utilizzato è diverso da quello del libro di pratica già esistente

[G2024] Alfio Giarlotta.
Esercizi di Matematica Generale.
Terza edizione, Giappichelli 2024.

In quest'ultimo, l'approccio alla risoluzione degli esercizi è più diretto e pragmatico, in quanto si assume che la teoria sia stata già acquisita e maturata. Sugeriamo pertanto di tentare la risoluzione dei compiti d'esame presentati nel libro [G2024] dopo avere studiato gli esercizi del presente testo.

L'organizzazione dei quesiti della parte pratica è la seguente.

Numero: Il numero dei quesiti in ogni capitolo è un multiplo di tre, ma è variabile, essendo maggiore nei capitoli in cui la tipologia degli argomenti trattati è più variegata. Dei $3n$ esercizi proposti in ciascun capitolo, i primi n sono svolti per esteso, mentre i rimanenti $2n$ sono lasciati per esercizio (ma le risposte sono raccolte alla fine del libro).

Tipologia: Gli esercizi sono nella forma di quesiti a scelta multipla, con una sola risposta corretta tra le cinque risposte presentate. Nella maggior parte dei casi, si chiede al lettore di determinare l'asserzione VERA oppure FALSA tra le cinque asserzioni elencate.

Difficoltà: Ogni esercizio è marcato con un livello – approssimativo e, soprattutto, puramente soggettivo – di difficoltà, che varia da $[1\star]$ a $[9\star]$ e il cui significato è il seguente:

$[1\star]$ – facile;

$[3\star]$ – relativamente facile;

$[5\star]$ – medio;

$[7\star]$ – relativamente difficile;

$[9\star]$ – difficile.

(Il significato dei livelli $[2\star]$, $[4\star]$, $[6\star]$ e $[8\star]$ si determina per *interpolazione*.) Quasi tutti i quesiti hanno un livello di difficoltà compreso tra $[3\star]$ e $[7\star]$ (estremi inclusi). Tale livello si riferisce sia alla loro difficoltà concettuale che alla lunghezza del loro svolgimento. Si noti infine che la tipologia delle risposte contribuisce a modulare la difficoltà di un quesito. Infatti, in alcuni casi risulta più facile determinare l'unica risposta esatta scartando le risposte errate.²

Svolgimenti: Gli svolgimenti dei primi n esercizi di ogni capitolo sono abbastanza dettagliati. Per i quesiti svolti che si trovano in prossimità della fine di ogni capitolo, le spiegazioni sono meno meticolose per lasciare al lettore l'onere di colmare le (comunque piccole) lacune espositive/interpretative.

Suggerimenti: Per permettere un graduale adattamento ai quesiti presentati, questo testo contiene anche dei suggerimenti per alcuni esercizi senza svolgimento, raccolti alla fine di ogni capitolo. In alcuni casi, tali suggerimenti faranno anche diretto riferimento al libro [G2024].

² Si vedano, ad esempio, le considerazioni finali della soluzione dell'Esercizio 3.9 nel Capitolo di Calcolo Combinatorio.

Contributi degli autori

Si premette che entrambi gli autori hanno contribuito in modo consistente alla stesura di tutti i capitoli di questo volume. La **teoria** dei primi otto capitoli è stata tuttavia curata con particolare attenzione dai seguenti autori (l'ultimo capitolo, l'Appendice, è stata scritto da entrambi in eguale misura):

Alfio Giarlotta: logica, insiemistica, calcolo combinatorio, insiemi numerici, strutture algebriche;

Fabio Lamantia: matrici, sistemi lineari, rette.

Per la parte **pratica**, i quesiti a scelta multipla dei primi quattro capitoli sono tratti (a volte con modifiche) dal libro Giarlotta-Angilella [GA2017], mentre i quesiti degli ultimi quattro capitoli sono rielaborazioni di alcuni compiti d'esame di Matematica Generale (Corso di Laurea in Economia Aziendale, Dipartimento di Economia e Impresa, Università degli Studi di Catania) oppure sono stati creati *ex novo* per questo libro.

Ringraziamenti

Innanzitutto, siamo³ grati a Silvia Angilella per il suo contributo alla stesura del libro [GA2017], da cui questo volume trae spunto. La ringraziamo altresì per la partecipazione all'elaborazione degli esercizi per il corso di Matematica Generale (Corso di Laurea in Economia Aziendale) tenuto all'Università degli Studi di Catania nel ventennio 2005-2024; molti di questi esercizi sono stati inclusi, previa opportuna rielaborazione, in questo primo volume della collana.

Esprimiamo la nostra gratitudine all'amico e collega Salvino Giuffrida⁴ per i tanti preziosi suggerimenti dati con l'occhio del docente. Siamo anche estremamente grati agli allievi Angelo (Petràlia), Davide (Carpentiere), Ester (Sudano) e Sergio (Sessa) per la correzione delle bozze di questo volume, nonché per i tanti commenti fatti con l'occhio dello studente. Gli eventuali errori e le inevitabili sviste sono comunque da attribuire esclusivamente a noi.

Un ringraziamento affettuoso va a Stefania Giarlotta, che si è occupata *in toto* dell'elaborazione del progetto grafico relativo alla copertina dei due libri di questa collana. Siamo altresì grati allo staff della Casa Editrice Giappichelli – ed in particolare al dott. Paolo Andreoli – per il supporto nel processo di elaborazione dei volumi di questa collana.

Infine, ringraziamo sin da ora tutti i lettori che vogliano contribuire a migliorare questi volumi segnalando la presenza di (purtroppo inevitabili) sviste o errori, nonché suggerendo modalità di presentazione dei loro contenuti che rendano più efficace l'apprendimento di una materia tradizionalmente ostica per lo studente.

³ I ringraziamenti sono personali e sentiti, preferiamo farli in prima persona.

⁴ Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Catania.