

Indice

Introduzione	XIII
I Funzioni di una variabile	1
1 Insiemi - Numeri reali	3
1.1 Insiemi	3
1.2 I numeri reali	5
1.3 La struttura algebrica dei numeri reali	6
1.4 La struttura di ordine dei numeri reali	9
1.5 La struttura topologica della retta	13
Esercizi	16
2 Funzioni	19
2.1 Sul concetto di funzione	19
2.1.1 Campo di esistenza di una funzione	25
2.1.2 Funzione inversa	26
2.1.3 Struttura algebrica delle funzioni	28
2.2 Grafico di una funzione e sue caratteristiche	31
2.3 Funzioni crescenti e decrescenti	34
2.4 Massimi e minimi	35
2.5 Grafici di funzioni elementari	39
2.6 Grafici di funzioni “quasi” elementari	44
Esercizi	47

3	Limiti	49
3.1	Limiti di successioni	50
3.1.1	Limite infinito	50
3.1.2	Limite finito	52
3.2	Limite di una funzione	54
3.3	Teoremi sui limiti	61
3.3.1	Comportamento dei limiti rispetto alla struttura algebrica delle funzioni	63
3.4	Primi calcoli sui limiti	65
	Esercizi	67
4	Continuità	69
4.1	Funzioni continue	69
4.2	Proprietà delle funzioni continue	73
4.2.1	Riconoscimento delle funzioni continue	73
4.3	Calcolo dei limiti e continuità	75
	Esercizi	76
5	Derivabilità	77
5.1	Introduzione	77
5.2	La derivata	78
5.2.1	Derivata destra e derivata sinistra	80
5.3	Crescenza e decrescenza locale. Il differenziale	81
5.3.1	Crescenza e decrescenza locale	81
5.3.2	Il differenziale	82
5.4	Significato economico della derivata	84
5.5	Significato geometrico della derivata	85
5.6	Relazione tra derivabilità e continuità	86
5.7	Calcolo delle derivate	90
5.7.1	Le derivate delle funzioni elementari	90
5.7.2	Regole di derivazione	92
5.8	Derivata delle funzioni elementari generalizzate	97
5.9	Derivabilità delle funzioni definite a tratti	98
5.10	Le derivate successive	102

5.11	Il Teorema di De L'Hôpital e il calcolo dei limiti	103
5.12	Variazioni percentuali ed elasticità	106
	Esercizi	109
6	I Teoremi fondamentali dell'Analisi Matematica	111
6.1	Il Teorema di Weierstrass	111
6.2	Il Teorema degli zeri	113
6.3	Il Teorema di Fermat	114
6.4	Il Teorema di Rolle	117
6.5	Il Teorema di Lagrange	118
6.5.1	Conseguenze del Teorema di Lagrange	121
6.5.2	Funzioni debolmente crescenti e debolmente decrescenti . .	123
6.6	Il Teorema di Cauchy	126
6.7	La formula di Taylor	127
6.8	Condizioni di ottimalità	128
6.9	Funzioni convesse e funzioni concave	130
6.10	Problemi di massimo e di minimo in economia	134
	Esercizi	135
7	Studio del grafico di una funzione	139
7.1	Asintoti	140
7.2	Studio del grafico di una funzione	142
	Esercizi	148
II	Algebra lineare	149
8	Vettori	151
8.1	Vettori in $\mathbb{R}^n$	151
8.2	Rappresentazione geometrica dei vettori nel piano	153
8.3	Equazione vettoriale della retta	155
8.4	Parallelismo tra rette	159
8.5	Equazione parametrica di una retta	159
8.6	Prodotto scalare e perpendicolarità	162

8.7	Basi e dimensioni in $\mathbb{R}^n$	165
	Esercizi	167
9	Matrici e sistemi lineari	169
9.1	Matrici	169
9.2	Struttura algebrica delle matrici	171
9.3	Matrici quadrate	175
9.4	Il determinante	178
9.5	Inversa di una matrice di ordine n	185
9.6	Caratteristica di una matrice	186
9.7	Sistemi lineari e matrici	189
9.7.1	Sistemi lineari con n equazioni e n incognite	192
9.7.2	Il Teorema di Rouché - Capelli	195
	Esercizi	200
III	Funzioni di due variabili	203
10	Funzioni di due variabili	205
10.1	Il piano cartesiano e i suoi sottoinsiemi	205
10.2	Topologia del piano	207
10.3	Sul concetto di funzione	209
10.4	Curve di livello	211
10.5	Segno di una funzione. Forme quadratiche	215
10.6	Le restrizioni di una funzione	219
10.7	Limiti e continuità	221
10.8	Sulla derivabilità di una funzione a due variabili	224
10.8.1	Le derivate parziali prime e seconde	224
10.9	Il differenziale totale	227
10.9.1	Il differenziale in Economia	229
10.10	Le derivate direzionali	230
10.10.1	La regola della catena	231
10.10.2	La derivata direzionale prima e seconda	232
10.10.3	Direzioni di crescita e decrescita	234

10.11 Rette tangenti a una curva e curve tangenti	237
Esercizi	239
11 Ottimizzazione libera	241
11.1 Introduzione	241
11.2 Massimi e minimi	242
11.3 Funzioni convesse e funzioni concave	250
Esercizi	255
12 Ottimizzazione vincolata	257
12.1 Condizioni di ottimalità su un punto di frontiera	259
12.2 Metodi risolutivi per problemi vincolati	260
12.2.1 Il metodo delle curve di livello	260
12.2.2 Il metodo della Lagrangiana	266
Esercizi	268
 IV Integrali e serie	 269
13 Integrali	271
13.1 Antiderivazione (integrali indefiniti)	271
13.2 Calcolo di integrali indefiniti immediati	272
13.3 Regole di integrazione degli integrali indefiniti	273
13.4 Integrale indefinito di funzioni razionali fratte	276
13.4.1 Integrazione per parti	279
13.4.2 Integrazione per sostituzione	280
13.5 L'integrale definito e il calcolo delle aree	281
13.5.1 I teoremi fondamentali dell'integrale definito	285
13.6 Integrali impropri	289
13.6.1 Sulla integrabilità generalizzata	292
13.7 Uso dell'integrale in Economia	296
Esercizi	299
 14 Serie numeriche	 301
14.1 Serie	302

14.2 Serie a termini positivi	307
14.3 Serie con termini di segno qualunque	311
14.3.1 Serie assolutamente convergenti	313
Esercizi	314
V Equazioni differenziali e alle differenze	315
15 Equazioni differenziali del primo ordine	317
15.1 Generalità e nozioni preliminari	318
15.2 Equazioni differenziali a variabili separabili	319
15.3 Equazioni differenziali lineari	320
15.3.1 Struttura algebrica delle soluzioni	323
15.3.2 Punto di equilibrio e stabilità	326
15.4 Equazioni differenziali autonome	328
Esercizi	330
16 Equazioni alle differenze finite del primo ordine	331
16.1 Generalità e nozioni preliminari	332
16.2 Equazioni alle differenze del primo ordine lineari	336
16.2.1 Equazioni alle differenze lineari a coefficienti costanti	338
16.2.2 Equazioni alle differenze lineari con termine noto variabile	340
16.2.3 Punto di equilibrio e stabilità	341
16.2.4 Applicazioni	342
16.3 Equazioni alle differenze autonome	345
16.3.1 Punti di equilibrio e stabilità	346
16.3.2 Il diagramma di fase	349
Esercizi	352
Appendice	353
Soluzioni degli esercizi	363
Indice analitico	407